

TEMA 11: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA



TEMA 11: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

I. FENÓMENOS ALEATORIOS.

II. SUCESOS.

A. PROBABLES.

B. SEGUROS.

C. IMPROBABLES.

III. CÁLCULO DE PROBABILIDADES.

IV. FRECUENCIA.

A. ABSOLUTA.

B. RELATIVA.

V. MEDIA Y MODA.

VI. REPRESENTACIÓN EN GRÁFICOS.

VII. EJERCICIOS VARIADOS.

TEMA 11: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Hay situaciones en la vida diaria en las que no podemos saber qué resultado va a salir, pero sí sabemos los posibles resultados; son situaciones que dependen del azar.

Al lanzar una moneda al aire no sabemos si saldrá cara o cruz, pero si conocemos los posibles resultados. Cuando lanzamos un dado no sabemos el número que saldrá, pero sabemos que hay seis posibles resultados. El resultado en el lanzamiento de una moneda o en el lanzamiento de un dado depende del azar. El lanzamiento de una moneda o de un dado es un fenómeno aleatorio.

Qué el próximo niño que nazca en una clínica sea niño o niña es un fenómeno aleatorio, pero la hora de la salida del sol o las estaciones por las que pasará el metro en una línea del metro no son fenómenos aleatorios porque conocemos de antemano lo que va a suceder.

La probabilidad es la rama de las matemáticas que estudia el comportamiento de los sucesos o fenómenos aleatorios.

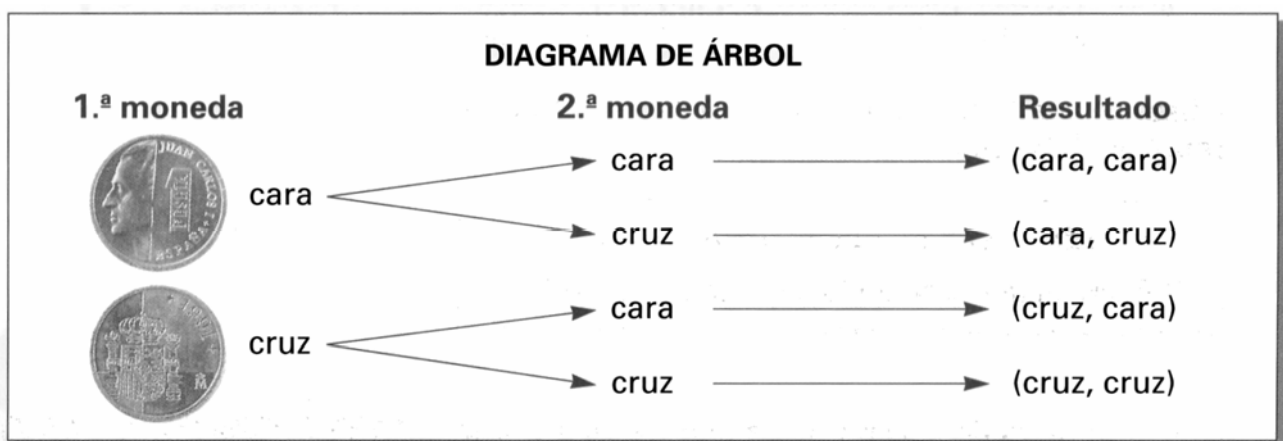
I. FENÓMENOS ALEATORIOS

Llamamos fenómenos aleatorios a aquellos cuyos resultados dependes del azar. Cada uno de los resultados de un fenómeno aleatorio se llama **suceso**.

Un suceso aleatorio es aquel que, haciéndolo varias veces en las mismas condiciones, puede tener varios resultados y cada resultado es imposible predecirlo.

Por ejemplo:

Los sucesos posibles de lanzar dos monedas al aire son los que aparecen en el diagrama de árbol.



Juego	Sucesos posibles	Nº de sucesos posibles
Lanzar una moneda al aire	Cara, cruz	2
Tirar un dado	1, 2, 3, 4, 5, 6	6
Lanzar dos monedas al aire	(cara,cara), (cara-cruz), (cruz,cara), (cruz,cruz)	4

ACTIVIDADES

1. Señala cuales son fenómenos aleatorios:

Sacar una carta de una baraja.	Medir el perímetro de un cuadrado de 5 dm de lado.
Los aciertos de una quiniela.	Sacar un número en un juego de bingo.
Las fechas de los eclipses de sol.	Obtener un número en el juego de la ruleta

2. En una bolsa hay 3 bolas rojas, 5 azules y 3 verdes. Indica el número de sucesos posibles al sacar una bola.

II. SUCESOS SEGURO, POSIBLE O PROBABLE E IMPOSIBLE

En un fenómeno aleatorio un suceso es **seguro** si ocurre siempre, es **imposible** si no ocurre nunca, y es **posible o probable** si puede o no ocurrir.

Si en una bolsa tenemos cinco bolas azules, el sacar una bola azul es un suceso seguro y el sacar una bola amarilla es un suceso improbable.

Al lanzar un dado, sacar un cinco es un suceso posible o probable, el sacar un siete es un suceso imposible y el sacar un número menor que siete es un suceso seguro.

ACTIVIDADES

3. Clasifica estos sucesos en probables e improbables:

- Sacar una carta de una baraja y que sea de oros.
- Que a tu clase asista una jirafa.
- Que al pasar la rueda de un camión por encima de una bombilla, esta se rompa.

III. CÁLCULO DE PROBABILIDADES

La **probabilidad** de un suceso indica la posibilidad de que este suceso ocurra. La probabilidad se representa con una fracción que indica el cociente entre los casos favorables de que ocurra el suceso partido por los casos posibles. La probabilidad de un suceso aumenta con el número de casos favorables.

En una bolsa tenemos 10 bolas, de las cuales 2 son blancas, 4 azules, 3 verdes y una negra.

Probabilidad de sacar una bola blanca = $2/10$

Probabilidad de sacar una bola azul = $4/10$

Probabilidad de sacar una bola verde = $3/10$

Probabilidad de sacar una bola negra = $1/10$

ACTIVIDADES

4. Calcula la probabilidad de lanzar un dado y sacar:

- Sacar un cinco
- Sacar un número impar
- Sacar un siete
- Sacar un número menor que siete

5. En una rifa se han repartido 100 papeletas y tú tienes tres papeletas ¿Qué probabilidad tienes de ganar?

6. Lanzamos dos monedas al aire. Calcula la probabilidad de:

- Sacar en las dos cara
- Sacar en una cara y en otra cruz
- Sacar en las dos cruz

IV. FRECUENCIA ABSOLUTA Y FRECUENCIA RELATIVA

Frecuencia absoluta de un dato es el número de veces que se repite un dato.

Frecuencia relativa es el cociente de la frecuencia absoluta partida por el número total de datos.

Ejemplo nº 1

Carlos, Irene y Andrés practican el lanzamiento de tiros libres.

¿Quién ha obtenido mejores resultados?



Para averiguarlo han colocado los resultados en una tabla de frecuencias:

	Frecuencia absoluta
Carlos	40
Irene	30
Andrés	70

La **frecuencia absoluta** indica el número de veces que se repite un dato.

Andrés es el que más canastas ha conseguido, pero también es el que más veces ha lanzado.

Para saber quién ha conseguido mejores resultados, hay que tener en cuenta el número total de intentos. Para ello calculamos la frecuencia relativa:

	Frecuencia absoluta	Número de intentos	Frecuencia relativa
Carlos	40	80	$\frac{40}{80} = 0,5$
Irene	30	40	$\frac{30}{40} = 0,75$
Andrés	70	100	$\frac{70}{100} = 0,70$

La **frecuencia relativa** se obtiene dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de observaciones.

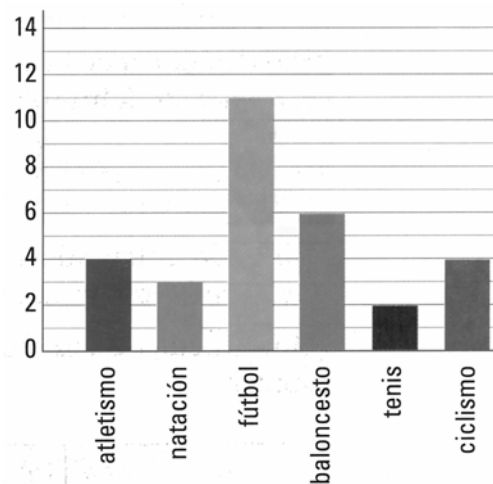
La frecuencia relativa mayor es la de Irene: ella ha obtenido los mejores resultados.

Ejemplo 2º

En una clase en la que hay 30 alumnos se hace una encuesta a cerca del deporte preferido de los alumnos. Las respuestas las han registrado en una tabla y el resultado final lo han representado mediante una gráfica de barras.

Deporte	Respuestas	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Atletismo	////	4	4/30
Natación	///	3	3/30
Fútbol	///// ///// /	11	11/30
Baloncesto	///// /	6	6/30
Tenis	//	2	2/30
Ciclismo	////	4	4/30

Los datos anteriores los podemos representar por medio de una gráfica de barras colocando en el eje horizontal los deportes y en el eje vertical las frecuencias absolutas de cada deporte.



ACTIVIDADES



7. Tomás ha elaborado una tabla con las mascotas preferidas de sus 30 compañeros de clase. Calcula la frecuencia relativa de cada una. Dibuja el diagrama de barras.

	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Perro	12	$\frac{12}{30} =$
Gato	9	
Tortuga	3	
Hámster	6	
Total	30	

8. Estos son los resultados que Silvia y sus amigos han obtenido en una prueba tipo test. ¿Quién ha obtenido los mejores resultados?

Rafa: 30 aciertos de 40 preguntas.

Silvia: 60 aciertos de 100 preguntas.

Miriam: 15 aciertos de 30 preguntas.

V. LA MEDIA Y LA MODA

Para obtener la media de un conjunto de datos, se suman todos los datos y se divide el resultado de la suma entre el número de datos.

Para calcular el precio medio de estos libros (media aritmética o promedio) sumamos sus precios y el resultado lo dividimos por el número de libros.

$$15 \text{ €} + 18 \text{ €} + 9 \text{ €} = 42 \text{ €} \quad 42 \text{ €} : 3 = 12 \text{ €}$$

El precio medio de estos libros es 12 €



En una escuela estudian 6º curso 42 alumnos. El acaba de corregir un control de matemáticas y con los resultados ha elaborado la tabla de puntuaciones y frecuencias. Después calcula la nota media y la nota que mayor número de alumnos han sacado.

Puntuación	Frecuencia	P · F
1	1	1
2	0	0
3	3	9
4	6	24
5	12	60
6	9	54
7	6	42
8	3	24
9	1	9
10	1	10
	42	233
		Suma

Moda → 5



Media → $233 : 42 = 5,5$

Para calcular la nota media puede sumar las 42 notas y el resultado dividirlo entre 42, pero cuando hay tantos datos es más cómodo proceder como el profesor, sumando los productos de las puntuaciones por las frecuencias y el resultado dividirlo por el número de alumnos.

Si miramos a la tabla vemos que la nota más abundante, o que mayor número de alumnos han obtenido es el cinco, ya que son 12 los alumnos con un cinco en el examen. El cinco es la **moda** de esta tabla.

La moda es el dato que tiene la frecuencia absoluta más alta.

ACTIVIDADES

9. ¿Cuál es la estatura media de estos niños?



10. ¿Cuál es el peso medio de estas personas?



11. En Pekín (China) se ha registrado una temperatura media anual de 18°C . ¿Puedes conocer la temperatura que hizo el mes de febrero con estos datos?

18 °C	21 °C	18 °C	21 °C	18 °C	19 °C	18 °C
20 °C	23 °C	22 °C	19 °C	20 °C	23 °C	20 °C
23 °C	23 °C	20 °C	19 °C	19 °C	18 °C	18 °C

12. Roberto ha tomado nota de las temperaturas máximas de las 3 primeras semanas del mes. Elabora la tabla de frecuencias y calcula la media y la moda.

Temperatura	Frecuencia	Temp. X Frec.
18°C	6	
19°C		
20°C		
21°C		
22°C		
23°C		
TOTAL		

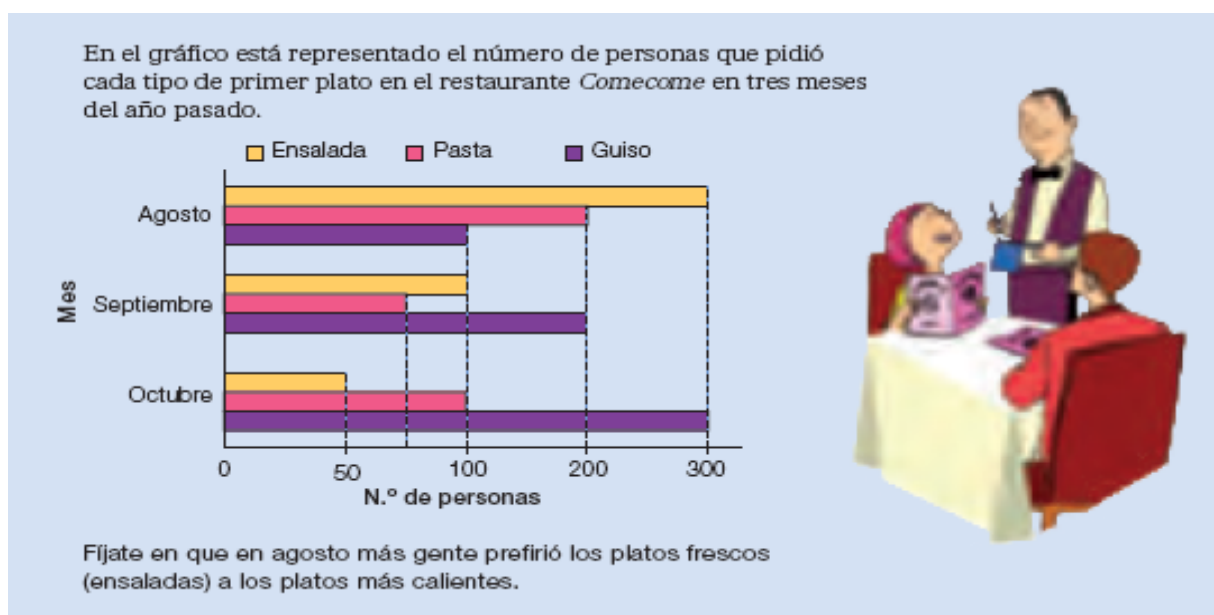
Visita para saber más:



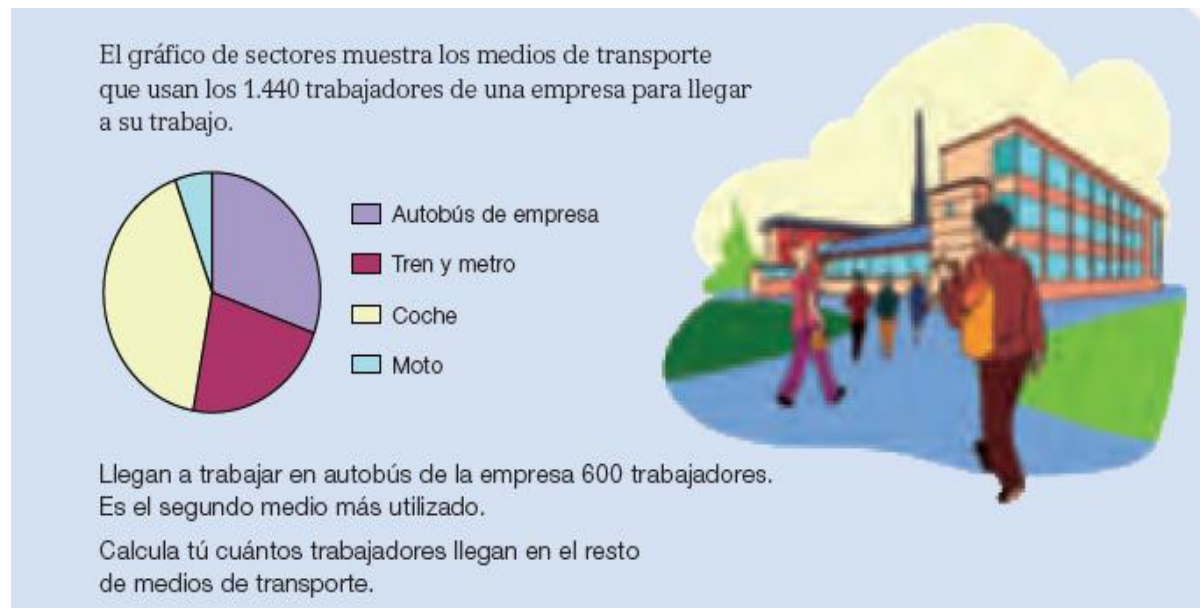
[Página del Instituto Nacional de Estadística.](#)

VI. REPRESENTACIÓN EN GRÁFICAS.

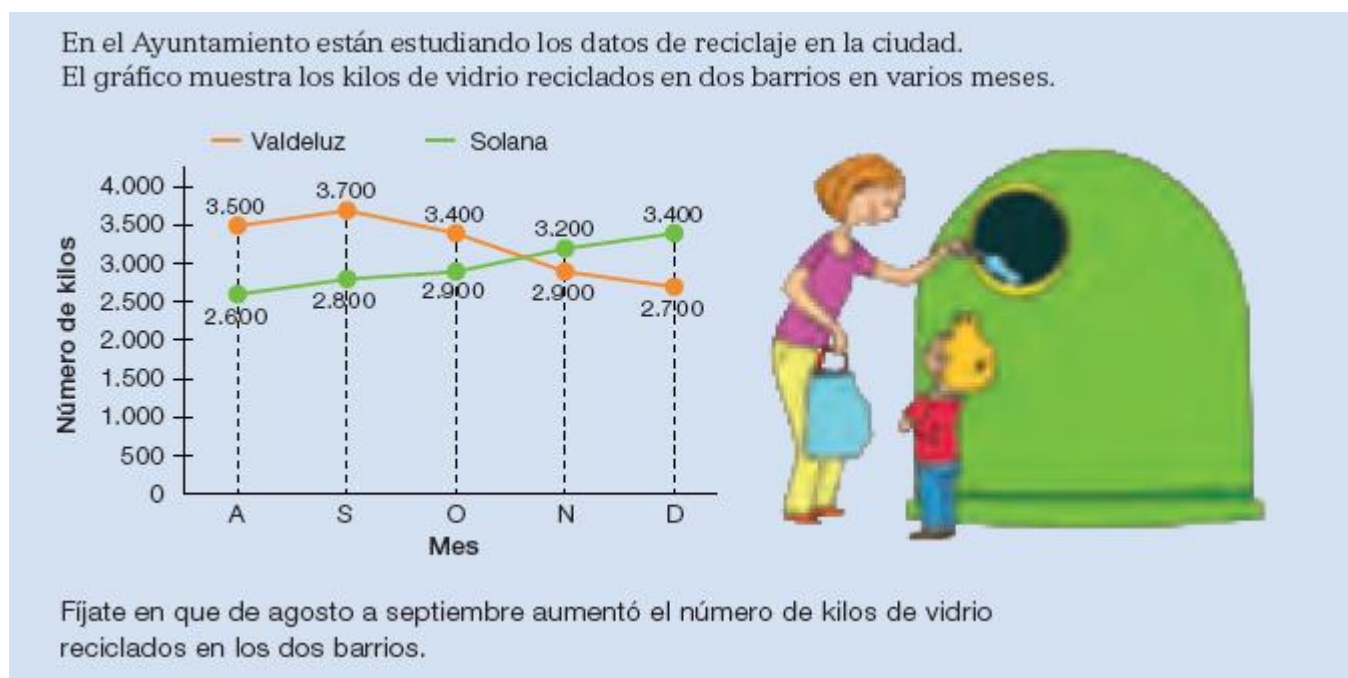
Existen diferentes formas de representar los datos. A continuación, vamos a ver un ejemplo de una representación a través de un histograma.



Otra manera de ver los datos obtenidos en un estudio es a través de un gráfico de sectores.



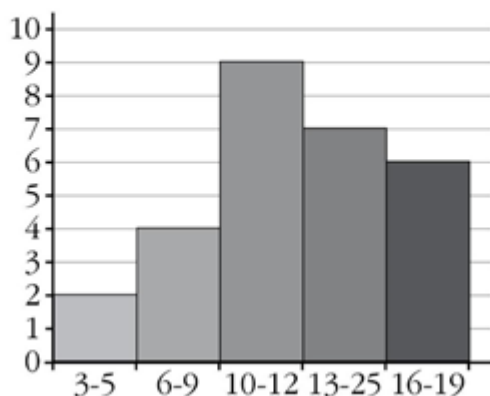
Y, por último, vamos a ver un análisis de los datos de un gráfico lineal.



ACTIVIDADES

13. *Observa y responde.*

N.º de libros que leen en un año
los niños y las niñas de la urbanización de María



a) ¿Qué tipo de gráfico es?

b) ¿Qué representa?

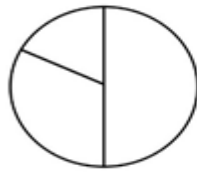
.....
.....

c) ¿Cuál es la frecuencia absoluta de los niños y las niñas que tienen entre 10 y 12 años?

d) Dibuja el polígono de frecuencias.

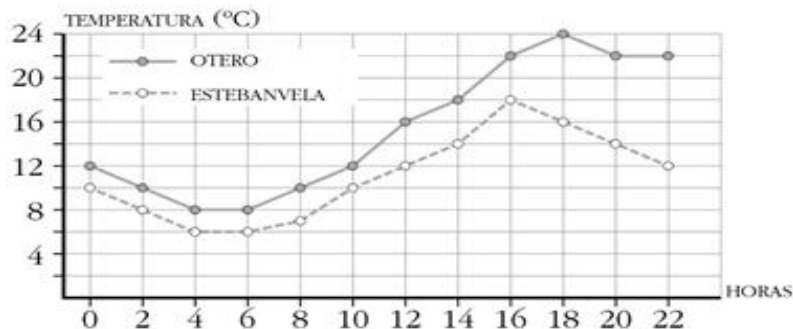
14. Colorea el siguiente gráfico de sectores teniendo en cuenta los datos de este pueblo. Cuatro de cada ocho personas, se dedican a la ganadería; dos de cada ocho, al turismo; el resto, se dedica al sector servicios.

SECTORES DE TRABAJO



- ☐ Ganadería
- ☐ Turismo
- ☐ Servicios

15. En esta gráfica están representadas las temperaturas registradas en dos localidades del día de ayer.



- a) ¿Cuál fue la temperatura máxima en Estebanvela?

.....

- b) ¿Y la mínima en Otero?

.....

- c) ¿A qué hora es mayor la diferencia de temperaturas entre las dos ciudades?

.....

VII. EJERCICIOS VARIADOS.

16. En una encuesta acerca de las frutas preferidas por los alumnos de 6º, los resultados obtenidos son:

FRUTA	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA
Plátano	25	
Mandarina	16	
Naranja	24	
Manzana	16	
Pera	17	
TOTAL	98	

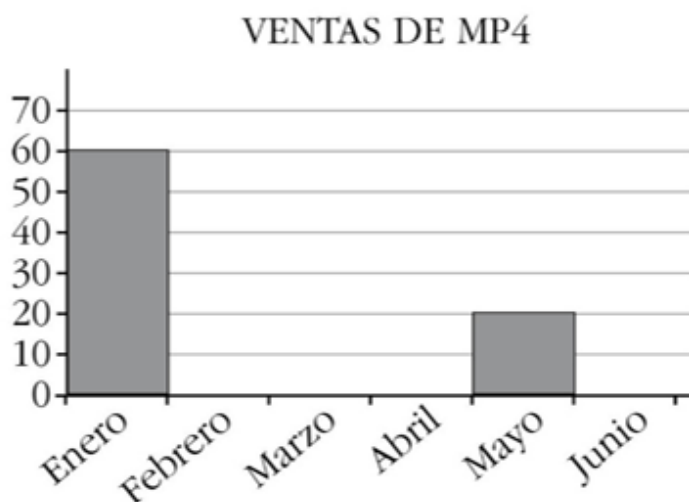
a) Completa la tabla con la frecuencia relativa de cada dato.

b) ¿Qué representa la frecuencia relativa?

.....

.....

17. Completa el histograma y el polígono de frecuencias con los datos anteriores.



18. En una bolsa hay cierto número de bolas, unas blancas y otras negras. Esther ha realizado 50 veces la experiencia: "sacar una bola al azar", y le ha salido 39 veces blanca y 11 veces negra.

a) Estima la probabilidad de que en la próxima extracción salga negra.

b) ¿Qué es más probable que haya más bolas blancas o que haya más bolas negras en la bolsa?

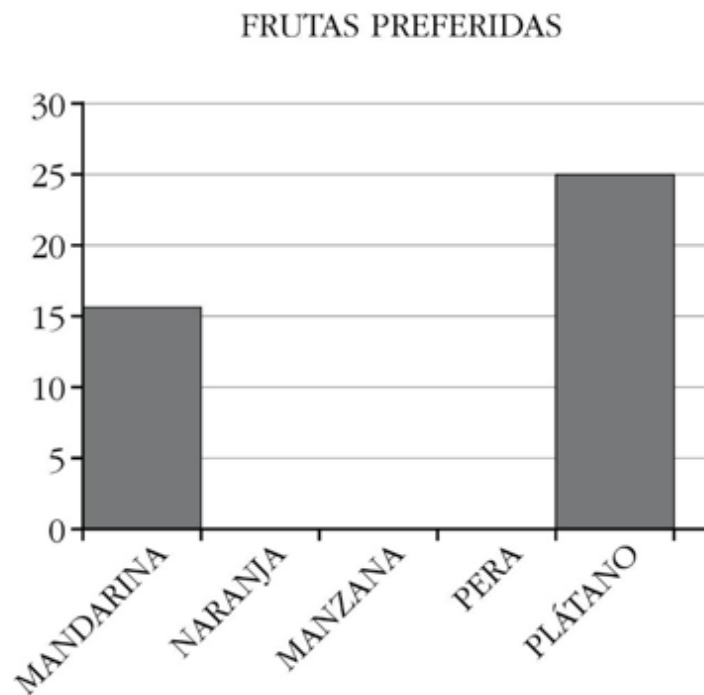
19. En una encuesta acerca de las frutas preferidas por los alumnos de 6º, los resultados obtenidos son:

FRUTA	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA
Plátano	25	
Mandarina	16	
Naranja	24	
Manzana	16	
Pera	17	
TOTAL	98	

a) Completa la tabla con la frecuencia relativa de cada dato.

b) ¿Qué representa la frecuencia relativa?

20. Con los datos anteriores completa el histograma y realiza el polígono de frecuencias.



21. Hemos indicado los datos de la cantidad de actividades extraescolares que realizan los niños y las niñas de 6º. durante la semana. Calcula la mediana, la media y la moda.

1-1-1-1-2-2-2-2-2-2-2

2-2-2-3-3-3-3-3-3-3-3-4-4

22. Para la experiencia "Tirar un dado de parchís", ¿cuál es la probabilidad de los siguientes sucesos?

- Sacar un número par.
- Sacar un 6.
- Sacar un 7.
- Sacar una puntuación impar.

23. Nina es una gran judoka, en sus últimos campeonatos ha ganado 3 combates de cada 4. Patricia también lo es y de cada 3 combates que ella realiza, gana 2. Hoy se encontrarán en la final.

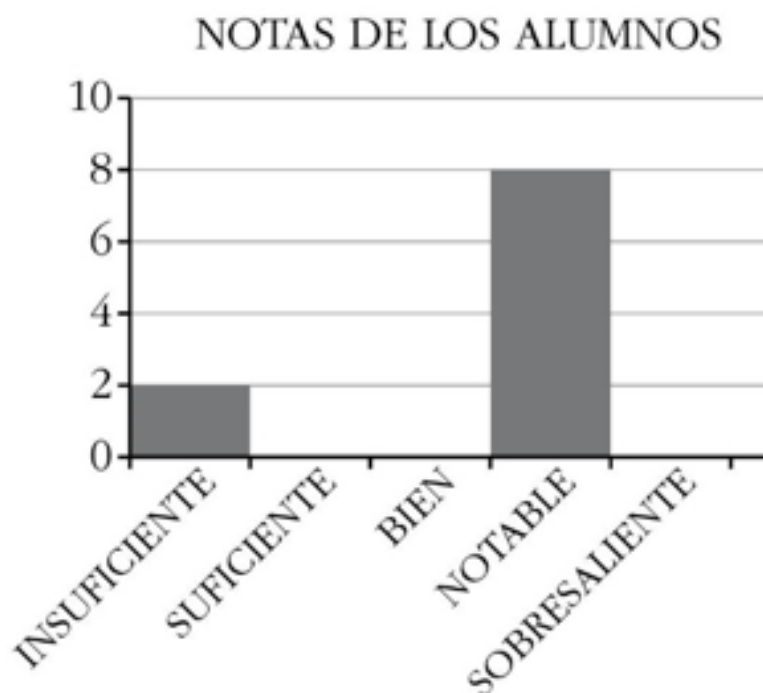
- a) Estima la probabilidad que tiene cada una de ganar un combate.
- b) ¿Quién crees que tiene más probabilidades de ganar en el combate de hoy?

24. En la recogida de datos, la variable son las notas de una clase. Calcula la frecuencia relativa.

NOTAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA
Insuficiente	2	
Suficiente	4	
Bien	6	
Notable	8	
Sobresaliente	5	
TOTAL	25	

- a) ¿Qué es la frecuencia absoluta de un valor de la variable?
- b) ¿Qué representa la frecuencia relativa de un valor de la variable?

25. Completa el histograma y el polígono de frecuencias con los datos anteriores:

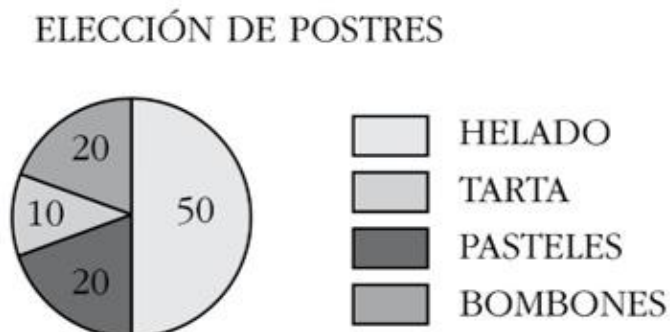


26. Estas son todas las notas anteriores. Calcula la mediana, la media y la moda.

2-3-5-5-5-5-6-6-6-6-6-6-

7-7-7-7-8-8-8-8-9-9-9-9-10

27. Vamos a celebrar la fiesta de graduación y tomaremos un refrigerio. Hemos anotado lo que prefieren tomar ese día los 100 niños del nivel:



- ¿Qué frecuencia absoluta le corresponde a cada valor?
- ¿Qué frecuencia relativa le corresponde al helado?
- ¿Qué postre ha sido el menos elegido?

28. En la experiencia "Tirar dos monedas al aire":

- Escribe todos los casos posibles poniendo cara o cruz:
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos caras?
- ¿Cuál es la posibilidad de obtener una cara y una cruz?

29. En la granja de Lola hay 30 patos, 45 gallinas y 15 cabras. En una granja de Pablo hay 15 patos, 60 gallinas y 20 cabras. Recoge estos datos en una tabla de frecuencias y represéntalos en un diagrama de barras.

GRANJA	PATOS	GALLINAS	CABRAS
LOLA			
PABLO			

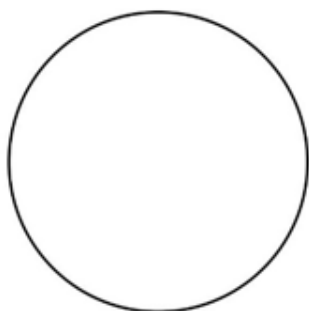


30. En esta tabla se ha recogido, cada 5 minutos, el resultado de un partido de balonmano. Representa los datos en una gráfica de líneas dobles y contesta a las preguntas.

TIEMPO(min)	5	10	15	20	25	30	35	40
LOCAL	3	5	9	12	14	17	20	24
VISITANTE	1	2	7	14	15	18	20	23

- ¿Qué equipo ganó el partido?
- ¿En qué minuto estaban empatados?
- ¿En qué minuto hubo mayor diferencia de puntos?

31. En un cine hay mil personas. Doscientas cincuenta tienen menos de 18 años, quinientas tienen entre 18 y 60 años, y el resto tienen más de 60 años. Representa estos datos en un gráfico de sectores.


☐

Menos de años

☐

.....

☐

.....

32. Estas son las alturas de dos equipos de baloncesto:

EQUIPO A	
ROSA	124 cm
CAROLINA	146 cm
ANA	137 cm
CARLOS	133 cm
SERGIO	145 cm

EQUIPO B	
MANOLO	142 cm
ALMUDENA	133 cm
LUIS	122 cm
PAULA	138 cm
CRISTINA	135 cm

- Calcula la altura media de cada equipo.
- Calcula la altura media de las niñas de los dos equipos.
- Calcula la altura media de los niños de los dos equipos.

33. Carlos y María están jugando al parchís.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que Carlos saque un seis? ¿Y un uno?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que María saque más de seis? ¿Y menos de seis?

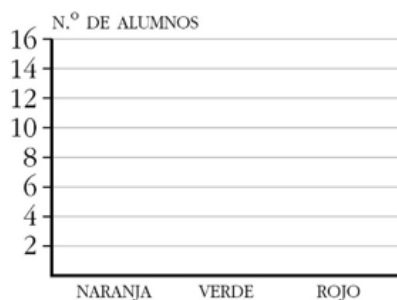
34. Los alumnos de una clase de 5º han escogido del siguiente modo entre los colores naranja (N), verde (V) y rojo (R):

R-R-R-V-R-V-V-N-N-R-V-R-V

N-V-V-R-V-R-V-V-V-R-V-V

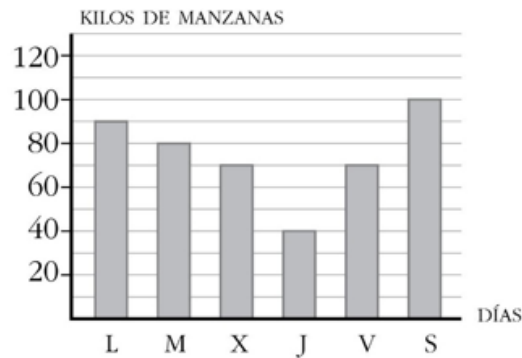
Agrupar estos datos en una tabla y construir un gráfico de barras:

COLORES	FRECUENCIA
NARANJA	
VERDE	
ROJO	
TOTAL	



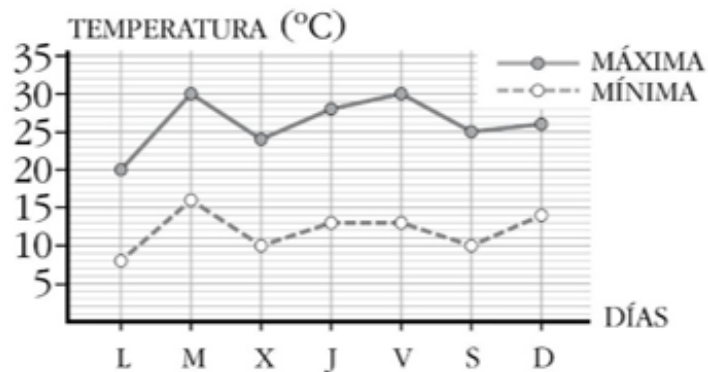
¿Qué color es la moda?

35. Este diagrama de barras representa los kilos de manzanas que se han vendido en una frutería durante una semana:



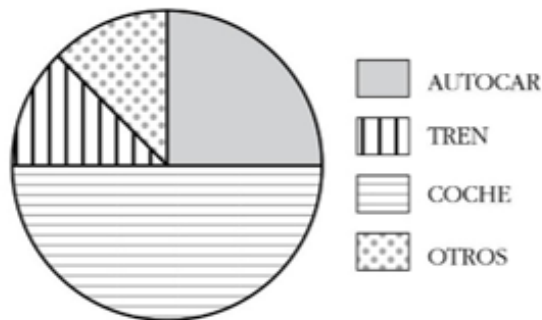
- ¿Cuántos kilogramos se han vendido los tres primeros días?
- ¿Qué día se vendió menos?
- ¿Cuál es la media de la venta de manzanas en esa semana?

36. En este gráfico están representadas las temperaturas máximas y mínima que ha habido en un gimnasio durante siete días:



- ¿Cuál fue la temperatura máxima el miércoles? ¿Y la mínima?
- ¿Qué días hubo 30°C de máxima?

37. Observa en este gráfico de sectores cómo se distribuyen los medios de transporte utilizados por las familias el fin de semana:



a) ¿Qué medio de transporte se utiliza más?

b) ¿Qué se utiliza más, el autocar o el tren?

38. Los siete primos de Aurora tienen 14, 7, 10, 16, 10, 12 y 8 años. ¿Cuál es la edad media de sus primos?

39. César tiene una bolsa de caramelos de diferentes sabores: 8 de fresa, 5 de limón, 9 de mora y 13 de cola.

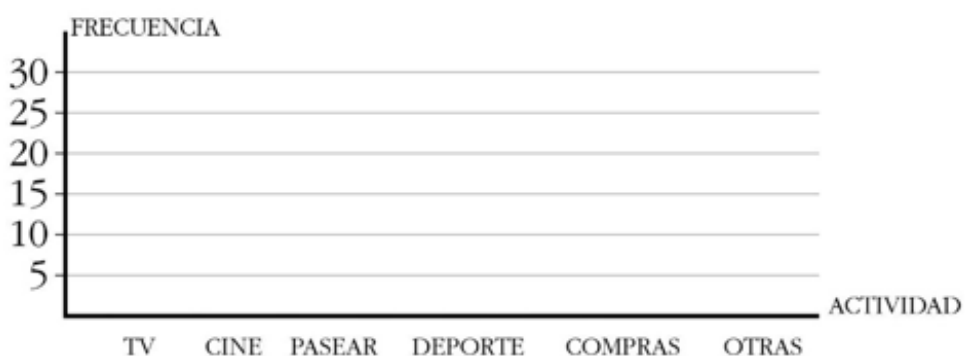
a) ¿Cuántos caramelos tiene en total?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que, elegido uno al azar, sea de cola? ¿Y de que sea de mora?

40. La clase de Ana ha realizado una encuesta por el barrio para saber qué actividad es la preferida por los vecinos para pasar el tiempo de ocio. Observa los resultados recogidos en la tabla y responde a las preguntas.

ACTIVIDAD	FRECUENCIA
VER TELEVISIÓN	10
IR AL CINE	25
PASEAR	15
HACER DEPORTE	20
IR DE COMPRAS	10
OTRAS	8

- ¿Cuántas personas respondieron a la encuesta?
- ¿Qué actividad es la moda? ¿Por qué?
- ¿Qué es más popular, pasear o hacer deporte?
- Con los datos de la tabla anterior, construye un diagrama de barras.

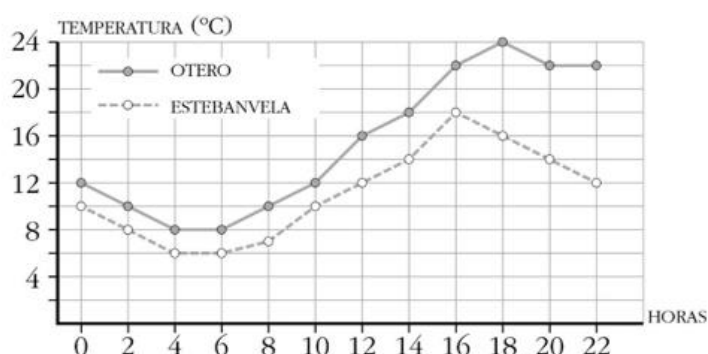


- Calcula la media de edad de un grupo de amigos cuyas edades son 14, 16, 15, 13, 15, 16, 12 y 11 años.

42. Candela está jugando con su baraja.

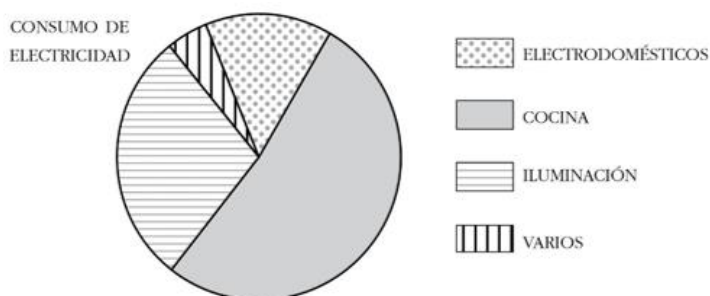
- ¿Cuál es la probabilidad de sacar un caballo?
- ¿Y la de que el caballo sea de oros?

43. En esta gráfica están representadas las temperaturas registradas en dos localidades durante el día de ayer:



- ¿Cuál fue la temperatura máxima en Estebanvela?
- ¿Y la mínima en Otero?
- ¿A qué hora es mayor la diferencia de temperaturas entre las dos ciudades?

44. El siguiente gráfico de sectores representa la distribución del consumo de electricidad de una familia:



- ¿Qué concepto tiene un mayor consumo?
- ¿Y menor?

