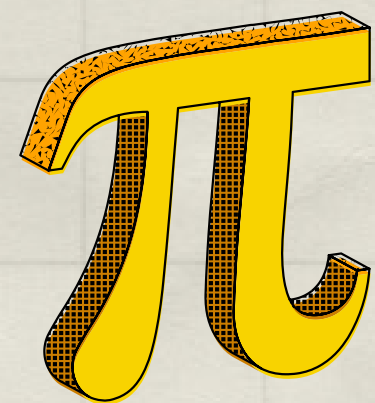


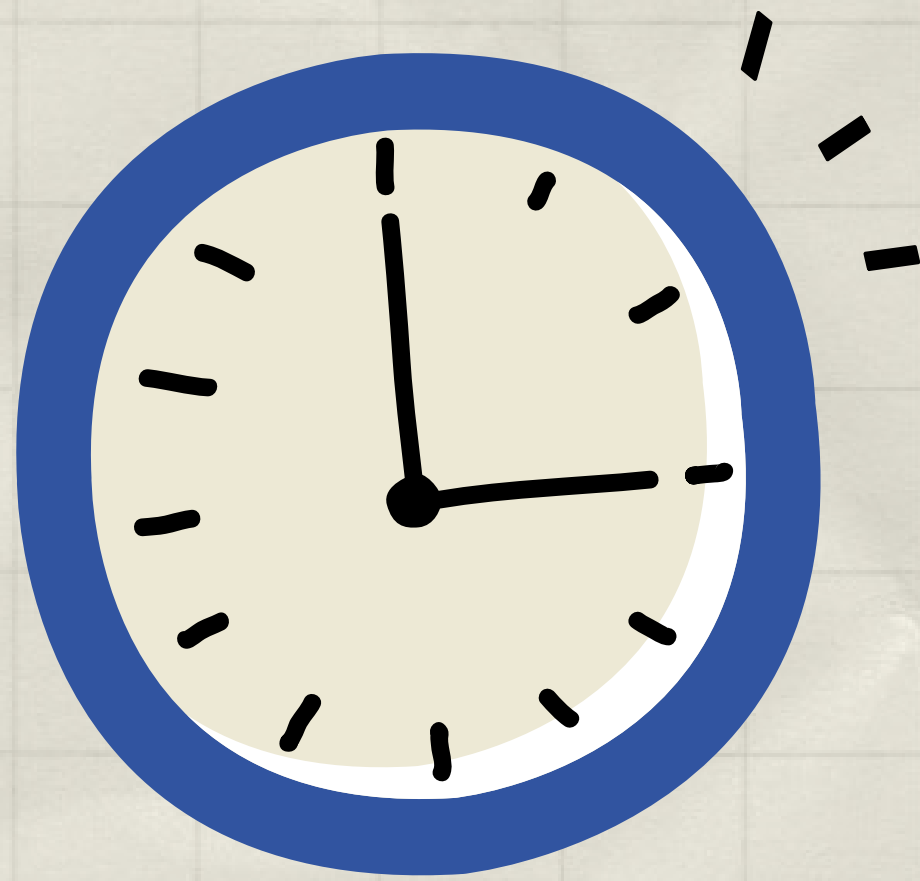


Números reales



Matemáticas 1º Bachillerato
Lucía Asensio, Natlia Ayala, Cristina Bringas,
Patricia Bringas, Adriana Navarro





NÚMEROS REALES

El número real es una cantidad que puede expresarse como una expansión decimal infinita. Los números reales se utilizan para medir cantidades que varían continuamente, como el tamaño y el tiempo.

El sistema de números reales

Conjunto de Números Reales.



Números
irracionales

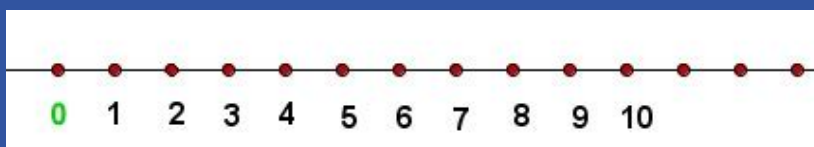
Los números naturales

- Números que utilizamos en nuestro día a día incluidos en los positivos. Están representados con $\mathbb{N}$
- No tienen fracciones, ni decimales, ni unidades imaginarias
- Son ilimitados

UTILIDADES

- número cardinal
- Número ordinal
- diferencia los distintos elementos de un conjunto

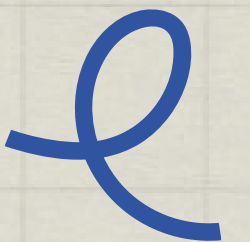
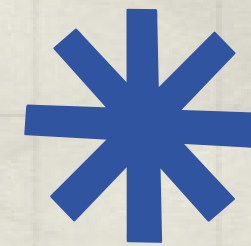
Se representan en una recta de mayor a menor



362

2

¿0?



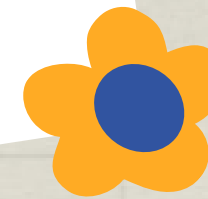
Los números enteros

- Engloba los números naturales, los inversos, los negativos y el cero
- Se representan con una Z ya que viene de la palabra alemana Zahlen (números)
- Se representan en una recta de menor a mayor ya con números negativos
- Sirven para el registro de ausencia o pérdidas, para la temperatura además de que aumentamos el espectro de cosas cuantificables

PROPIEDADES

- Suma, resta, multiplicación y división

63



12°

-98



Los números racionales

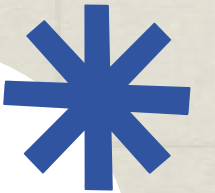
- Son números expresados por una fracción de 2 números enteros, el numerador y el denominador.
- Vienen de la palabra ratio fracción en inglés.
- Se expresan con la letra Q
- Engloban por tanto a los naturales y enteros.
- Existen infinitos números racionales pero hay que fijarse para no equivocarse con los irracionales.
- En el antiguo Egipto se hacían fracciones con el numerador 1 y el denominador otro cualquiera.



$$= 1/4$$

8,75

**1
—
6**



3.54



Los números irracionales

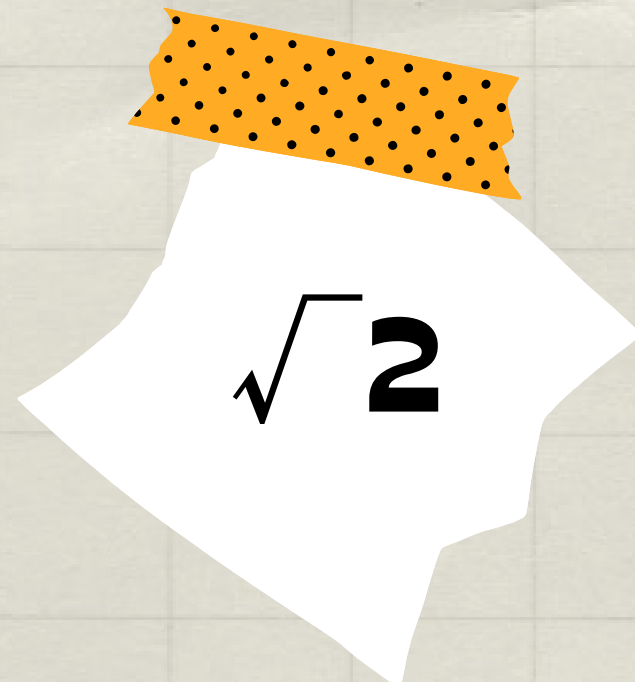
- Un número es irracional si tiene cifras decimales no periódicas por lo que no se pueden expresar en forma de fracción
- No sabemos por tanto ni el numerador ni el denominador
- Viene de la palabra inglesa irratio que en español es no fracción
- Se escriben con una I
- Y Están en otro montón diferente al de los números racionales
- Hay que tener precaución y no confundirlos con los racionales



4.65674...



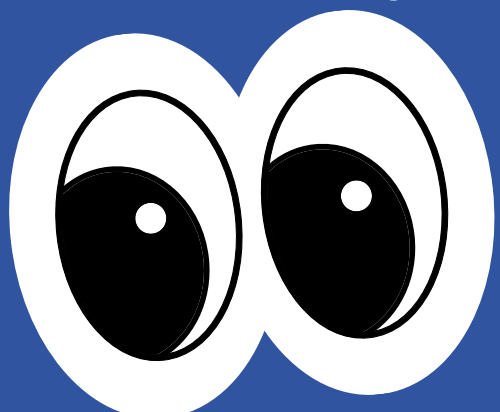
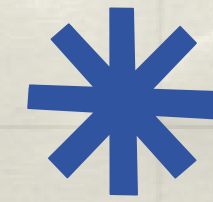
6.43986...



$\sqrt{2}$

Historia

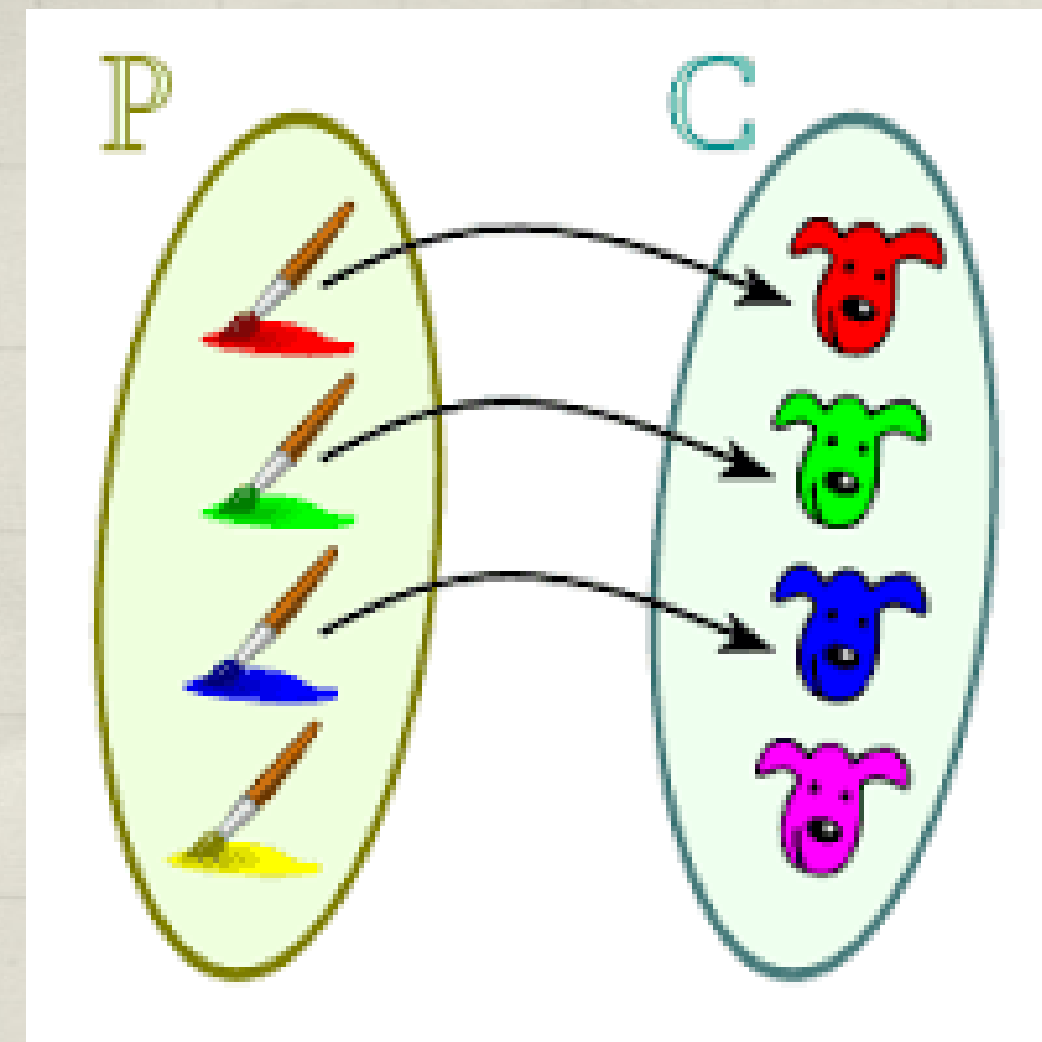
- Desde tiempos muy remotos el hombre sintió la necesidad de contar.
- Cada cultura utilizó sistemas distintos para numerar y símbolos para expresarlos, algunos de ellos se han mantenido y otros han desaparecido.
- A medida que se iban desarrollando se fue buscando una manera sencilla de representar los números.
- El origen podría situarse en la prehistoria y cuando el hombre comenzó a utilizar el lenguaje como forma de comunicación.



CONCEPTO PRIMITIVO DE NÚMERO NATURAL

- Medir y contar (dieron lugar a la aritmética).
- El concepto del número se fue desarrollando lentamente y estaba ligado de forma abstracta a todos los aspectos de la vida diaria.
- El primer contacto con la aritmética se inició con la correspondencia biunívoca, que consiste en una correspondencia uno a uno.
- Mas tarde observaron que entre conjuntos con el mismo número de elementos hay ciertas igualdades y semejanzas

→ "unidad"



e

LENGUAJE Y ESCRITURA NUMERICA PRIMITIVOS

- Los números empezaron a escribirse antes que la escritura normal y el lenguaje hablado de los números.
- En el 40.000 a.c nació la cultura de los números.
- El hombre empezó a contar objetos, Para conservar información hacían muecas en hueso o madera tallada.
- La representación con símbolos de los números se cree que fue antes de que aparecieran las palabras para representarlos, porque era más fácil.



LOS SUMERIOS

- IV milenio a.C.
- Poblaciones del sur de Mesopotamia comenzaron a representar palabras mediante objetos, apareciendo por tanto las primeras escrituras simbólicas.
- Contaban utilizando el sistema sexagesimal.
- Entre los años 3200-3100 a.c se representaban las cifras mediante símbolos colocados en vertical, en la mitad del III milenio a.c en horizontal.
- En el siglo XXVII aparece la escritura cuneiforme. → “bullas de arcilla”

Números positivos (forma tradicional)										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Vertical	○						┐	┐┐	┐┐┐	┐┐┐┐
Horizontal	○	—	=	≡	≡	≡	└	└└	└└└	└└└└

Números negativos (forma tradicional)										
	-0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9
Vertical	⊗	⋈	⋈	≡	≡	≡	⋈	⋈	⋈	≡

Los semitas

Estos introdujeron un nuevo sistema de numeración.

- Tres etapas:
- Primera etapa: los acadios asimilan la cultura de los sumerios así adoptan el sistema sexagesimal.
 - Segunda etapa: conviven los sistemas sexagesimal y decimal.
 - Tercera etapa: eliminan el sistema sexagesimal.

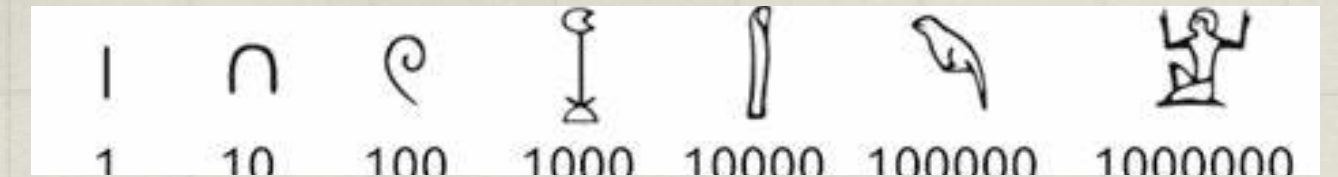
En esta época apareció el primer cero, esto representaba la ausencia de unidades sexagesimales de cierto rango.

1	𐎶	11	𐎶𐎵	21	𐎶𐎵𐎶	31	𐎶𐎵𐎶𐎵	41	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶	51	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵
2	𐎶𐎶	12	𐎶𐎵𐎶𐎶	22	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	32	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	42	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	52	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
3	𐎶𐎶𐎶	13	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	23	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	33	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	43	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	53	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
4	𐎶𐎶𐎶𐎶	14	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	24	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	34	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	44	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	54	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
5	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	15	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	25	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	35	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	45	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	55	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
6	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	16	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	26	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	36	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	46	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	56	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
7	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	17	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	27	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	37	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	47	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	57	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
8	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	18	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	28	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	38	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	48	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	58	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
9	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	19	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	29	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	39	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	49	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	59	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
10	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	20	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	30	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	40	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	50	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶		

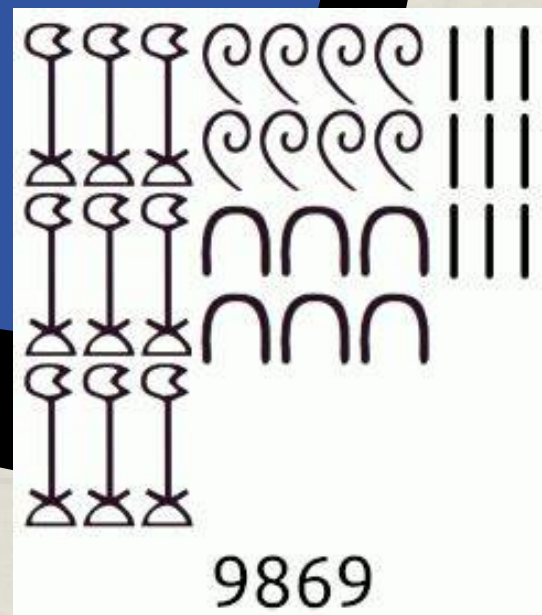
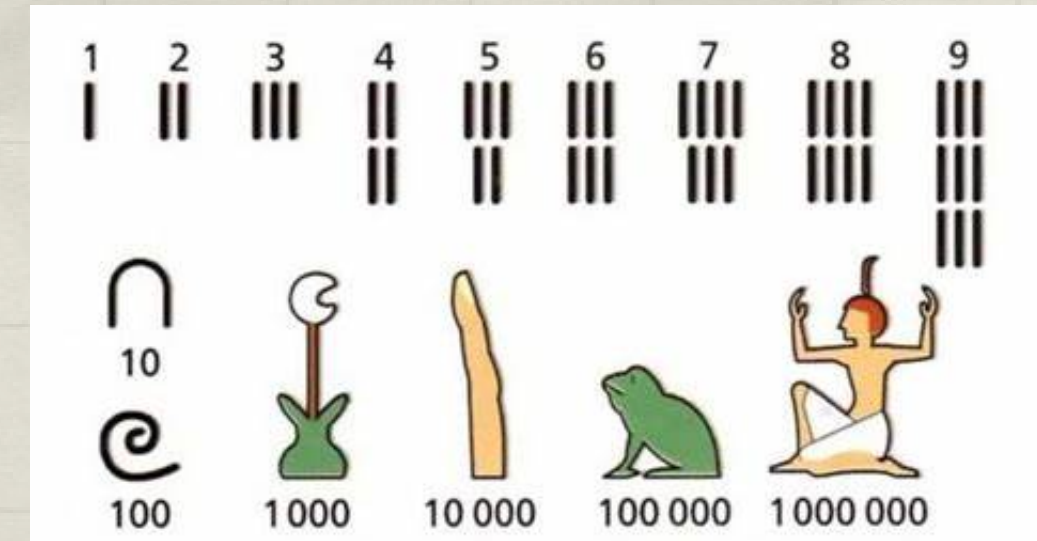
LOS EGIPCIOS

- 3.000 a.C
- Los números egipcios son el conjunto de jeroglíficos que la civilización egipcia desarrolló para poner en práctica su sistema de numeración.
- Era un sistema decimal, es decir, los números se dividían en grupos de diez:
 - unidades, decenas, centenas, etc.
- El sistema de números egipcios era un sistema de base 10.

Los símbolos que utilizaban eran estos:

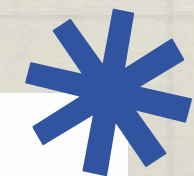
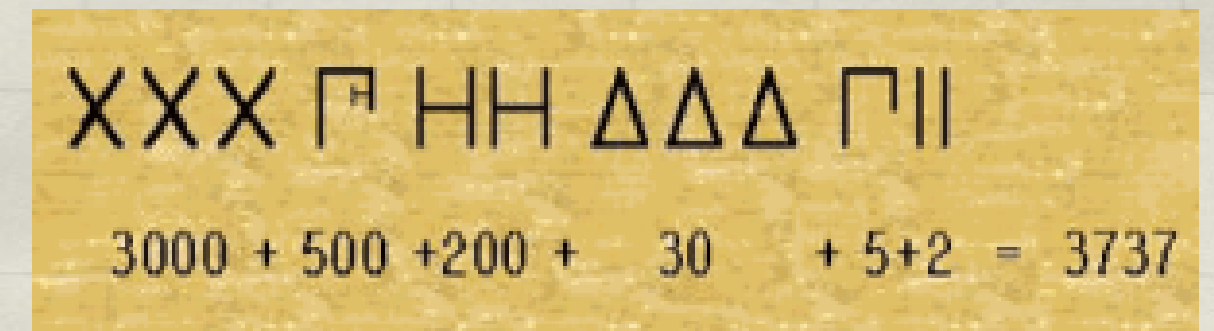
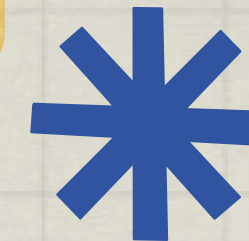
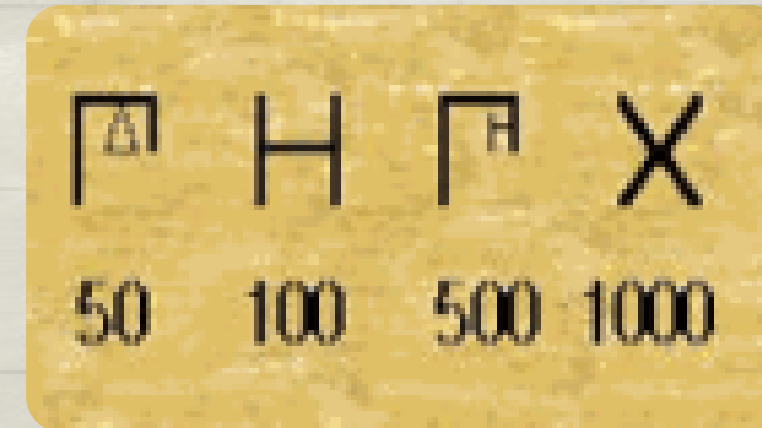


Podía repetirse el mismo jeroglífico las veces correspondientes para expresar los números entre 1 y 9.



Los griegos

- La Numeración Ática
palitos e iniciales.
- Numeración Jónica o Alfabética
letras del alfabeto



α	β	γ	δ	ϵ	ς	ξ	η	θ	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
ι	κ	λ	μ	ν	ξ	$\omicron$	π	ρ	
10	20	30	40	50	60	70	80	90	
ϱ	σ	τ	υ	ϕ	χ	ψ	ω		
100	200	300	400	500	600	700	800		

Los romanos

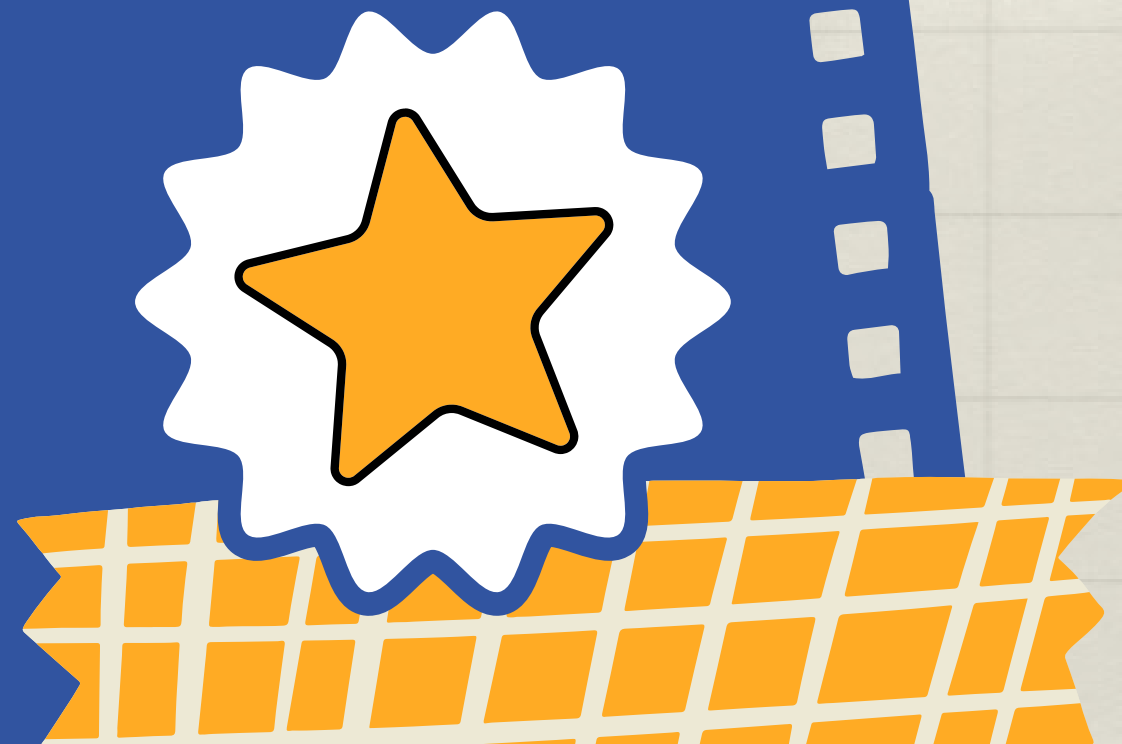
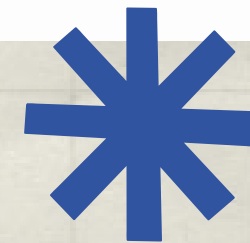
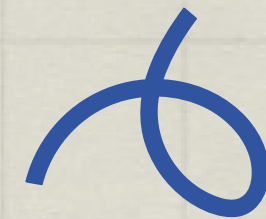
- principio de adición
- todo signo numérico colocado a la izquierda de una cifra de valor superior se resta
- 1 (I) 5 (V) 10 (X) 50 (L)
100 (C) 500 (D) 1000 (M)

675	DCLXXV 600+70+5
2593	MMDXCIII 2000+500+90+3
86	LXXXVI 80+6

Los hindúes

- sistema actual
- Aryabhata; notación numérica
- Brahmagupta; números negativos
- cero como un pequeño círculo

—	=	≡	𑆳	𑆴	𑆵	𑆶	𑆷	𑆸	𑆹	𑆺	𑆻	𑆼	𑆽	𑆾
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40	50	60.



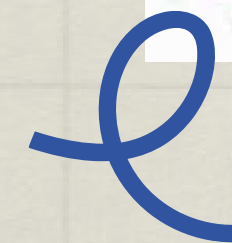
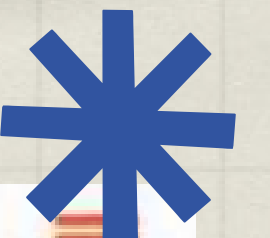
Los mayas

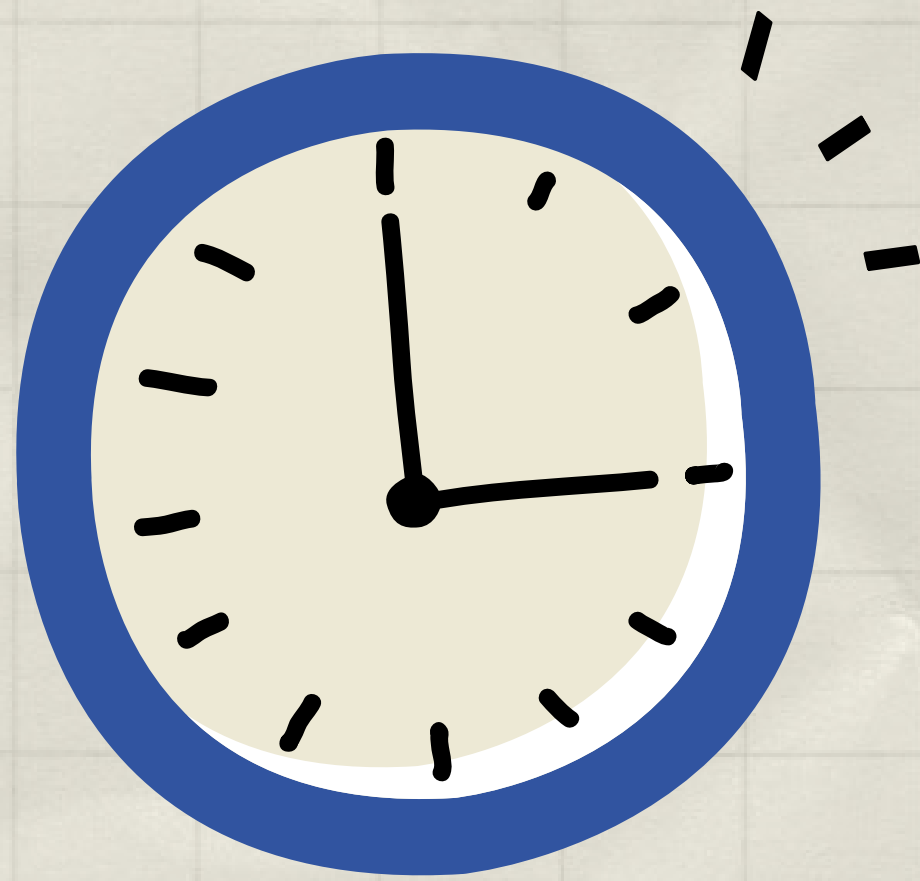
- semejanzas con el romano
- reconocimiento del 0
- 5 número base

1	2	3	4	5
11	12	13	14	15



6	7	8	9	10
16	17	18	19	20





CONCEPTO DE NÚMERO

Hasta ahora hemos visto cómo se formalizan la acción de contar en diferentes culturas, creando diferentes sistemas numéricos.

El sistema que a día de hoy usamos es el de los hindúes, que consta de los números del 1 al 9 y otro número que representa el cero, además de usar un sistema de numeración posicional de base 10.

NÚMEROS NATURALES

- Peano en el siglo XIX
- El 1 es un número natural
- Todo número natural n tiene un sucesor m
- El 0 no es el sucesor de ningún número natural
- Si hay dos números naturales n y m con el mismo sucesor, entonces n y m son el mismo número natural.



NÚMEROS ENTEROS

- siglo V, en China
- Nicolás Chuquet, Triparty en la science des nombres
- suma, resta, multiplicación y división
- s. XIX Weierstrass



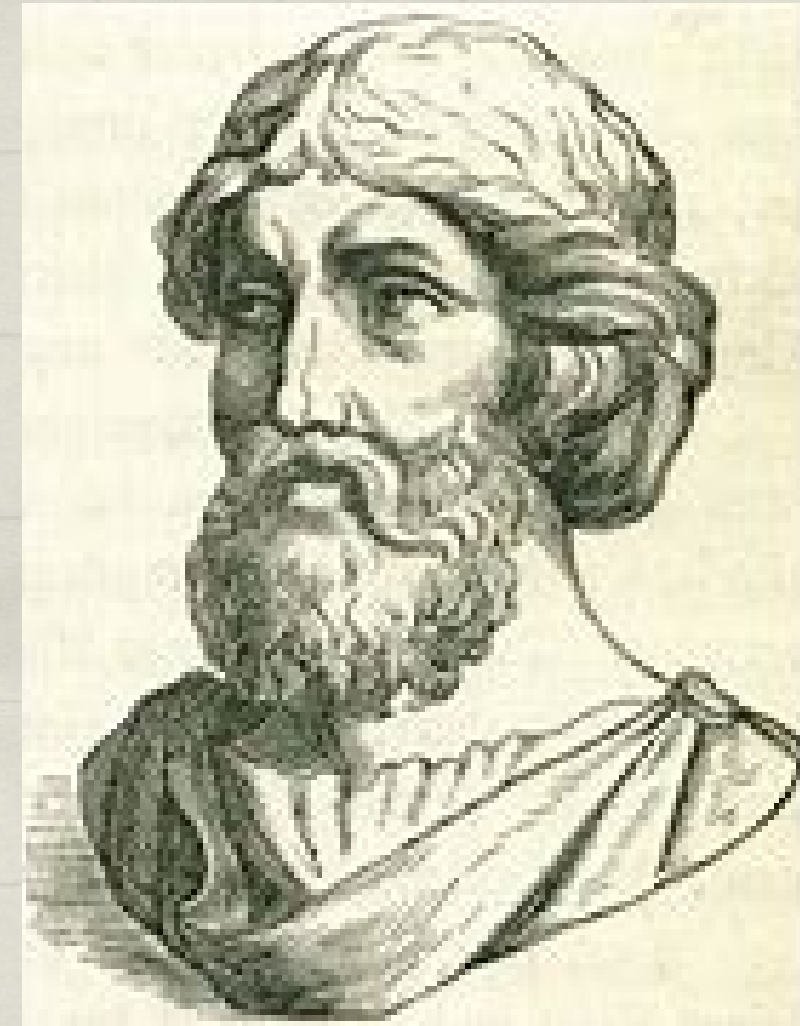
NÚMEROS RACIONALES

- En 1900 a.C un sacerdote egipcio escribió en un papiro que utilizaban las fracciones para racionar el pan. Siempre usaban $1/N$ siendo N un número natural.



NÚMEROS IRRACIONALES

- escuela pitagórica llamada Hípano de Metaponto
- raíz de 2
- ni fracción exacta, ni periódica



3. Aplicaciones de los números reales a las ciencia y tecnología.



3.1 Aplicaciones de los números reales en la ciencia.

- La matemática juega un papel importante en el desarrollo de las ciencias
- ¿Qué son las matemáticas?
- ¿Qué analizan?
- ¿Qué es la ciencia?



- Carnap (2006) divide las ciencias en :
 - formales
 - naturales
 - sociales

- Más importancia el problema de la Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas



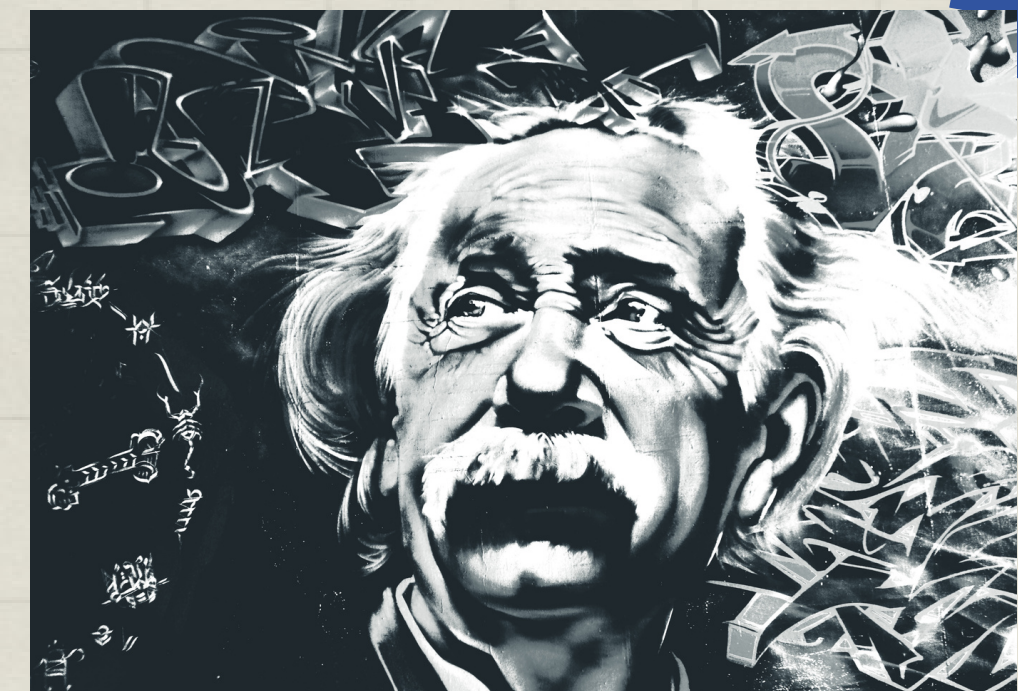
ver las matemáticas como una ciencia:

- El papel de las matemáticas es esencial
- A lo largo de la historia han existido varias maneras de las aplicaciones de los números reales en la ciencia

-Observamos varios ejemplos:

- 1870 las ecuaciones que rigen la totalidad de los fenómenos electromagnéticos como un sistema de ecuaciones en derivadas parciales
 - La Teoría de la Relatividad:
 - La Mecánica Cuántica:
 - Aportes de la ciencia lógica:

- **esencial • bonita**
- **prioritaria**
- **clave en el desarrollo: social, económico y político**



3.2 Aplicaciones de los números reales en la tecnología .

- Las matemáticas es una de las ciencias más antiguas y tienen un gran valor para la vida.
- Las matemáticas en particular son una herramienta muy importante para:



3.2 Aplicaciones de los números reales en la tecnología .

- Los científicos, filósofos e ingenieros, han hecho uso de las técnicas y procedimientos que tiene la matemática para perfeccionar, mejorar y sobre todo avanzar con las nuevas tecnologías para facilitar el desarrollo de la vida cotidiana.



3.2 Aplicaciones de los números reales en la tecnología .

- ¿Cómo han influido las matemáticas en la ingeniería ?

